

IDENTIFICAÇÃO DO MODELO LÁTERO-DIRECIONAL DO AEROMODELO PIPER J-3 CUB EM ESCALA 1/4: UM ESTUDO DE CASO COM A IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO OEM AUXILIADO POR FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS

Eng. Ana Carolina de Lima Angelo*, Dr. Neusa Maria Franco de Oliveira*

*Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos (ITA), São Paulo, Brasil

Resumo — Este trabalho apresenta o desenvolvimento e a aplicação de um algoritmo de identificação de parâmetros aerodinâmicos para aeronaves de asa fixa de pequeno porte, com foco na dinâmica lateral-direcional de um Piper J3 Cub em escala 1/4. O algoritmo é baseado no Método do Erro na Saída (OEM) e foi adaptado de uma abordagem previamente desenvolvida para identificação longitudinal. Dados de voo simulados foram gerados utilizando o modelo matemático do Piper 1/4 implementado no Simulink. Diferentes manobras de excitação foram aplicadas aos ailerons e ao leme para avaliar a resposta e a precisão do algoritmo. Os parâmetros estimados foram validados utilizando o limite de Cramér–Rao e comparações de trajetória com o modelo de referência. Os resultados demonstraram que o algoritmo proposto identifica de forma eficaz os coeficientes aerodinâmicos laterais e direcionais, reproduzindo com precisão o comportamento dinâmico da aeronave. Portanto, o OEM mostrou-se um método robusto e computacionalmente eficiente para a identificação da dinâmica de aeronaves de asa fixa em pequena escala, oferecendo uma alternativa confiável aos métodos experimentais tradicionais.

Palavras-chave: Método do Erro na Saída (OEM); Identificação de Sistemas; Dinâmica Lateral-Direcional; Piper J3 Cub; Aeronaves de Pequena Escala; Coeficientes Aerodinâmicos.

Abstract - This work presents the development and application of an aerodynamic parameter identification algorithm for small fixed-wing aircraft, focusing on the lateral-directional dynamics of the Piper J3 Cub at 1/4 scale. The algorithm is based on the Output Error Method (OEM) and was adapted from a previously developed longitudinal identification approach. Simulated flight data were generated using the Piper 1/4 mathematical model implemented in Simulink. Different excitation maneuvers were applied to the aileron and rudder to evaluate the algorithm's response and accuracy. The estimated parameters were validated using the Cramér–Rao bound and trajectory comparisons with the reference model. The results demonstrated that the proposed algorithm effectively identifies the lateral-directional aerodynamic coefficients, accurately reproducing the aircraft's dynamic behavior. Therefore, the OEM proved to be a robust and computationally efficient method for identifying small-scale fixed wing aircraft dynamics, offering a reliable alternative to traditional experimental approaches.

Index Terms: Output Error Method (OEM); System Identification; Lateral-Directional Dynamics; Piper J3 Cub; Small-Scale Aircraft; Aerodynamic Coefficients.

I. Introdução

Os veículos aéreos não tripulados (VANTs) têm amplo potencial de aplicação em setores militares e civis, abrangendo desde vigilância e inspeção até entrega de medicamentos e monitoramento de grandes infraestruturas, sendo os VANTs de asa fixa mais adequados para missões de longo alcance (Yareshe et al., 2025; Ahsan et al., 2016; Hoffer et al., 2013; Gayango et al., 2023). Além disso, introduzem uma nova forma de combate não tripulado, utilizada em missões de reconhecimento e vigilância em cenários de risco (Xue et al., 2021; Ahsan et al., 2016).

Para garantir a operação autônoma, é indispensável um sistema de controle robusto, o qual depende de modelos dinâmicos bem caracterizados — tradicionalmente obtidos por meio de ensaios em túnel de vento, caros e pouco adequados para pequenos VANTs (Hoffer et al., 2013). Nesse contexto, a identificação de sistemas surge como alternativa eficaz e de baixo custo, permitindo obter modelos dinâmicos confiáveis a partir de dados experimentais (Hoffer et al., 2013; Ahsan et al., 2016).

Essa técnica utiliza medições reais de entrada e saída do sistema, podendo empregar modelagens não estruturadas (caixa preta) ou estruturadas (caixa cinza), geralmente resultando em maior precisão.

Com base nessa análise, os tópicos seguintes apresentam a motivação e os objetivos deste trabalho: desenvolver e implementar um algoritmo de identificação do movimento látero-direcional de aeronaves de asa fixa de pequeno porte por meio do Método de Erro na Saída (OEM), aplicado às aeronaves Piper J-3 Cub em escalas 1/4 e 1/6.

II. Metodologia

Este trabalho tem como objetivo aplicar o algoritmo de identificação de parâmetros aerodinâmicos para aeronaves de asa fixa de pequeno porte, considerando a dinâmica látero-direcional e utilizando o Método de Erro na Saída (OEM – Output Error Method).

O método foi adaptado do algoritmo longitudinal desenvolvido por Sato (2021), aplicado na aeronave Piper J3 Cub em escala 1/6, o qual utiliza o Método de Erro na Saída (OEM – Output Error Method) proposto por Jategaonkar (2006).

Empregou-se o modelo matemático da aeronave Piper em escala 1/4 do piloto automático funcional desenvolvido por Santos, Oliveira e D'Amore (2021), cujo módulo de dinâmica de voo foi utilizado como referência.

Foi realizada a identificação do modelo Piper 1/4, previamente modelado com o AVL (Athena Vortex Lattice) por Du (2011). A qualidade das identificações foi avaliada por meio do critério de Cramér–Rao, amplamente utilizado em estudos de identificação de sistemas aeronáuticos.

A metodologia adotada neste trabalho foi estruturada de modo a permitir o desenvolvimento, a validação e a aplicação de um algoritmo OEM (Output Error Method) voltado à identificação látero-direcional de aeromodelos em escala reduzida.

A modelagem dinâmica látero-direcional foi baseada nas equações de estados de Fischer, Nepomuceno e Góes (2018), na qual foram utilizados como variáveis de estado $x = [V \ \phi \ P \ R]$, no entanto, como o log utilizado neste trabalho não fornecia diretamente V esta variável foi substituída por β , disponível no log.

Essa substituição é apresentada por Stevens e Lewis (1992) ao proporem a utilização das variáveis V_T , β , α , ao invés de U , V , W , deste modo U , V , W podem ser calculados em função das equações de força.

Sendo assim, o modelo da dinâmica látero-direcional foi definido com as seguintes variáveis de estado:

$$x = [\beta \ \phi \ P \ R] \quad (1)$$

Sendo $\dot{x}$ representado pelas seguintes equações:

$$\dot{\beta} = \frac{(\dot{V}V_T - V\dot{V}_T)}{(V_T^2 \cos(\beta))} \quad (2)$$

$$\dot{\phi} = P + Q \sin(\phi) \tan(\theta) + R \cos(\phi) \tan(\theta) \quad (3)$$

$$\dot{P} = (c_1 R + c_2 P)Q + c_3 \bar{L} + c_4 N \quad (4)$$

$$\dot{R} = (c_5 P + c_2 R)Q + c_4 \bar{L} + c_6 N \quad (5)$$

Assim como no modelo de Fischer, Nepomuceno e Góes (2018) no vetor de entradas são consideradas as deflexões no leme e no aileron, sendo definido por:

$$u = [\delta_a \ \delta_r] \quad (6)$$

Sendo assim, os coeficientes aerodinâmicos látero-direcionais, a serem identificados são:

$$\Theta = [C_{Y_\beta}, C_{L_\beta}, C_{N_\beta}, C_{Y_p}, C_{L_p}, C_{N_p}, C_{Y_r}, C_{L_r}, C_{N_r}, C_{L_{\delta_a}}, C_{N_{\delta_a}}, C_{Y_{\delta_r}}, C_{L_{\delta_r}}, C_{N_{\delta_r}}] \quad (7)$$

Após diversos testes preliminares, realizados com o objetivo de determinar o período mais adequado para a excitação dos modos látero-direcionais, foram definidos três conjuntos de manobras, aplicadas tanto no aileron quanto no leme. Cada conjunto foi utilizado para a identificação de um modelo distinto, conforme descrito a seguir:

Modelo 0: aplicação de um *doublet* no aileron e um *doublet* no leme.

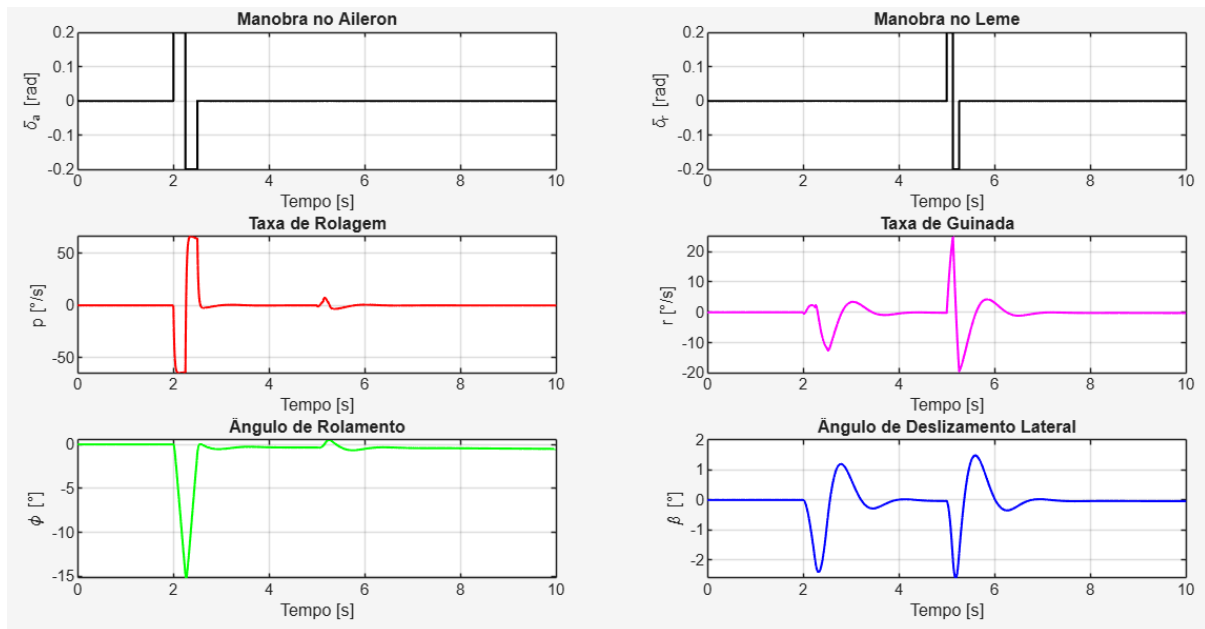


Figura 1 – Manobra utilizada para gerar o Modelo 0 (Autora, 2025).

Modelo 1: aplicação de dois *doublets* consecutivos no aileron, seguidos de dois *doublets* no leme.

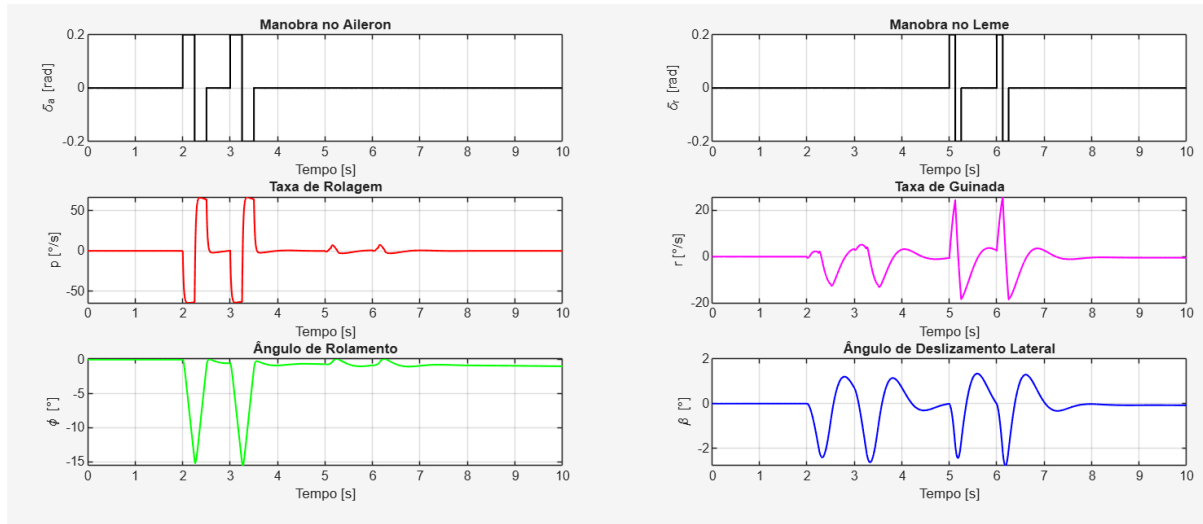


Figura 2– Manobra utilizada para gerar o Modelo 1 (Autora, 2025)

Modelo 2: aplicação de dois *doublets* no aileron intercalados com dois *doublets* no leme.

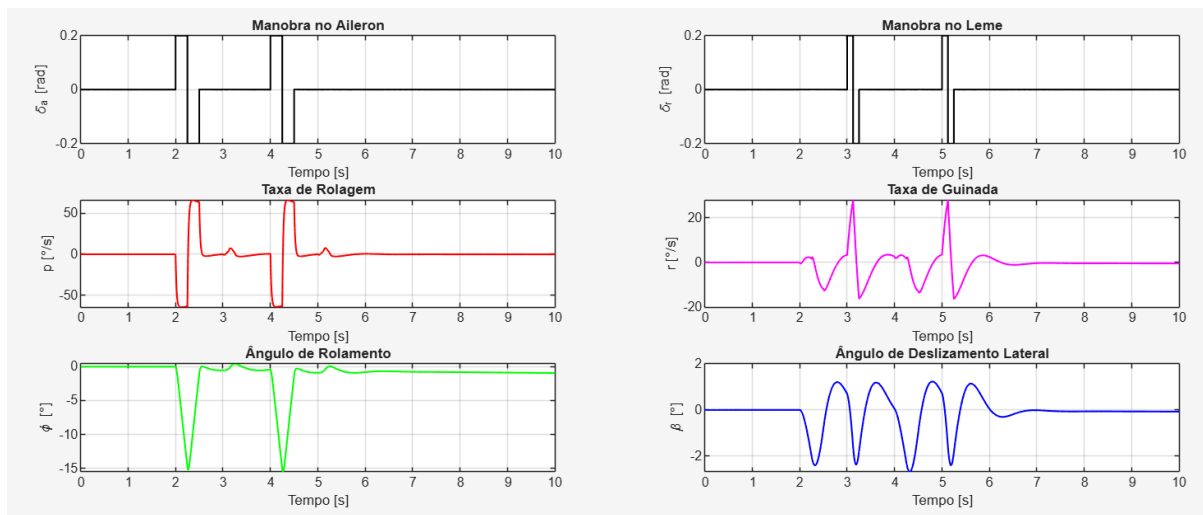


Figura 3 – Manobra utilizada para gerar o Modelo 2 (Autora, 2025).

O objetivo desses diferentes conjuntos de manobras foi avaliar a resposta do OEM em função do tamanho do log e da ordem de excitação dos atuadores.

Cada conjunto de manobras foi utilizado para gerar um log a partir das simulações realizadas com o modelo matemático definido pelos coeficientes obtidos no AVL. Dessa forma, foram obtidos três logs de voo simulados, correspondentes às três manobras propostas.

Esses logs foram então utilizados como entrada no OEM para a identificação dos modelos, empregando-se os coeficientes do AVL com uma variação inicial de +10%. Como resultado, obtiveram-se três conjuntos de coeficientes identificados, correspondentes a cada modelo.

Cada um desses conjuntos de coeficientes — incluindo o conjunto original do AVL — foi então implementado no modelo matemático para simular o voo de cada aeronave. Uma quarta manobra foi definida especificamente para a etapa de validação, com o objetivo de verificar a resposta de cada modelo e identificar qual apresentava maior aderência ao modelo de referência (AVL).

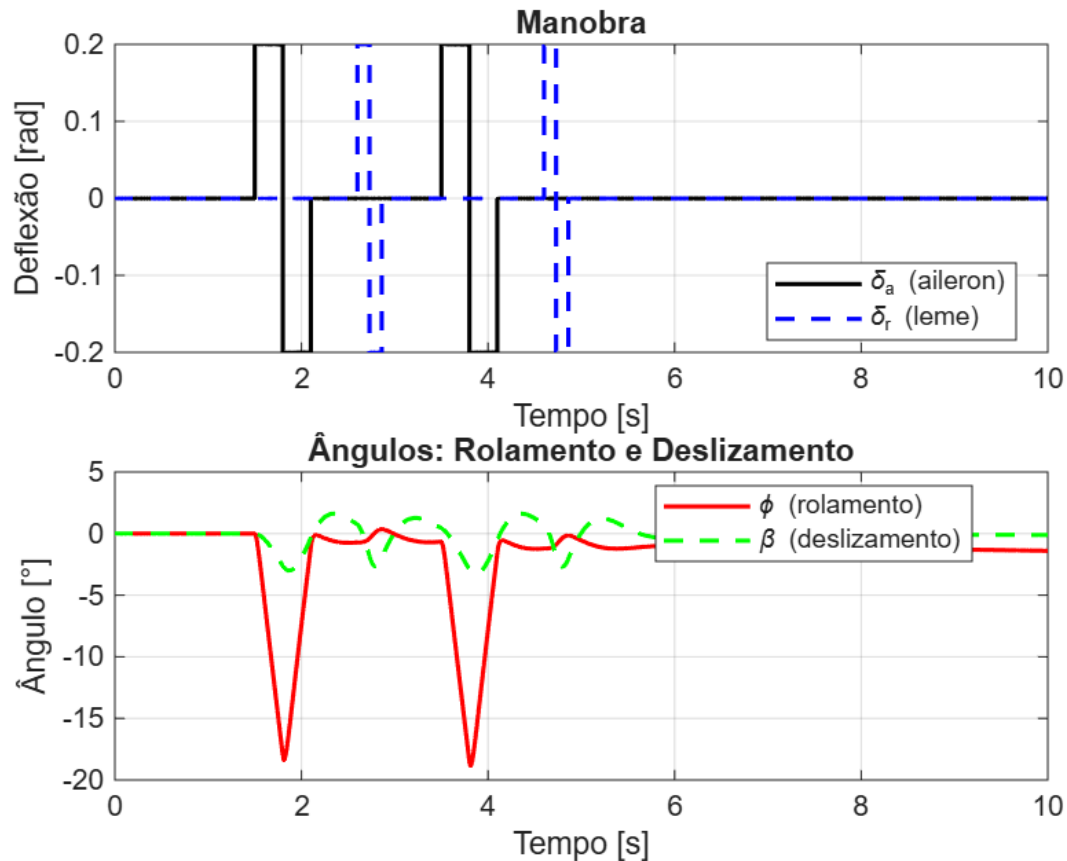


Figura 4 – Manobra de Validação (Autora, 2025).

Por fim, foi realizada a comparação das trajetórias obtidas, a fim de determinar qual dos modelos identificados apresentou comportamento mais próximo ao modelo de referência definido pelo AVL.

III. Resultados

Foram estimados três modelos distintos, denominados modelo 0, modelo 1 e modelo 2. A coluna “Parâmetro” indica os valores aproximados dos parâmetros identificados e a coluna “CR” seus respectivos limites de Cramér-Rao, este indica a menor variância possível para um estimador não tendencioso e, portanto, quantifica a incerteza associada a cada parâmetro

identificado. Valores baixos, como $CR < 20$, indicam maior confiabilidade, enquanto valores elevados refletem maior incerteza. Para facilitar a comparação entre estimativas, essa incerteza também pode ser expressa em termos percentuais (Fischer, Nepomuceno e Góes, 2018). Neste trabalho o critério foi utilizado para avaliar os parâmetros identificados.

Tabela 1 – Coeficientes Identificados do Piper 1/4.

Coeficientes	Modelo de referência AVL	Modelo 0		Modelo 1		Modelo 2	
	Parâmetro	Parâmetro	CR	Parâmetro	CR	Parâmetro	CR
CY_{β}	-0,14	-0.15	0.00	-0.15	0.00	-0.15	0.00
CL_{β}	-0,05	-0.05	0.00	-0.05	0.00	-0.05	0.00
CN_{β}	0,06	0.07	0.00	0.07	0.00	0.07	0.00
CY_p	0,07	0.07	0.00	0.07	0.00	0.07	0.00
CL_p	-0,52	-0.57	0.00	-0.57	0.00	-0.57	0.00
CN_p	-0,02	-0.03	0.00	-0.03	0.00	-0.03	0.00
CY_R	0,14	0.16	0.00	0.16	0.00	0.16	0.00
CL_R	0,12	0.13	0.00	0.13	0.00	0.13	0.00
CN_R	-0,08	-0.09	0.00	-0.09	0.00	-0.09	0.00
$CL_{\delta a}$	-0,35	-0.38	0.00	-0.38	0.00	-0.38	0.00
$CN_{\delta a}$	-0,01	-0.01	0.00	-0.01	0.00	-0.01	0.00
$CY_{\delta r}$	-0,09	0.74	1.89	-0.10	80.32	-0.10	0.00
$CL_{\delta r}$	-0,01	-0.01	1.14	-0.04	0.00	-0.01	0.00
$CN_{\delta r}$	0,06	0.06	7.68	0.06	0.00	0.06	0.00

A análise preliminar indica que o modelo 0 apresenta desempenho consistente, evidenciado pelos reduzidos valores do limite de Cramér–Rao. Em contraste, o modelo 1 apresenta um valor elevado para o coeficiente $CY_{\delta r}$, o que implica menor confiabilidade quanto à sua capacidade de representar adequadamente a dinâmica látero-direcional da aeronave.

Para o modelo 2, embora os valores de CR sejam nulos, procedeu-se a uma verificação complementar, uma vez que esse critério, quando considerado isoladamente, pode não refletir de forma abrangente a qualidade do modelo identificado. Assim, foram realizadas simulações de voo para os três modelos estimados, cujos resultados foram comparados visualmente ao modelo de referência obtido por meio do AVL.

Na trajetória 3D foram plotados os resultados de cada um dos modelos identificados, juntamente com modelo de referência obtido a partir do AVL, ou seja, o vetor de parâmetros iniciais disponibilizado na literatura. As trajetórias foram então comparadas e, conforme

ilustrado na figura a seguir, observa-se que os modelos apresentaram desempenho satisfatório no processo de identificação.

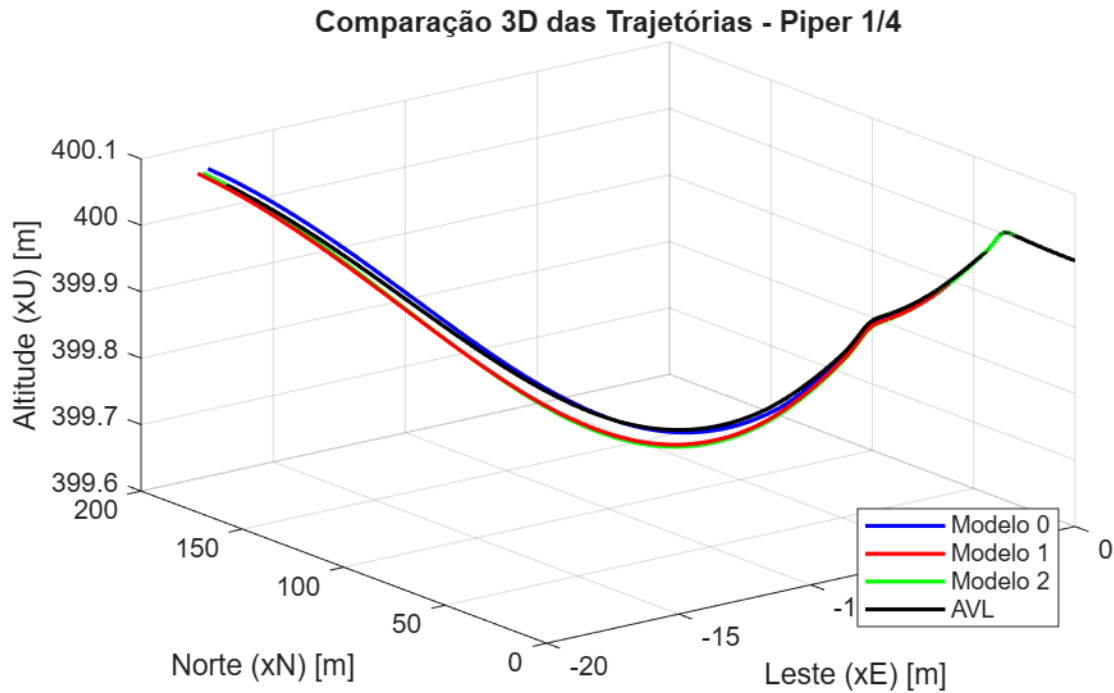


Figura 5 – Trajetória dos modelos identificados do Piper 1/4 (Autora, 2025).

De modo geral, os resultados obtidos demonstram que o algoritmo proposto apresentou bom desempenho na identificação dos parâmetros látero-direcionais do Piper J3 Cub em escala 1/4, reproduzindo com precisão o comportamento dinâmico do modelo de referência obtido pelo AVL.

Entre os modelos analisados, o modelo 0 destacou-se por apresentar maior consistência e menores valores de Cramér–Rao, indicando melhor estimativa dos coeficientes aerodinâmicos. A análise das trajetórias simuladas confirmou a adequada aderência entre os modelos identificados e o modelo teórico, validando a metodologia adotada e evidenciando o potencial do método OEM como ferramenta eficaz para a identificação de sistemas dinâmicos de aeronaves de pequeno porte.

IV. Conclusão

A utilização do modelo matemático do Piper 1/4 disponibilizado por Santos, Oliveira e D'Amore (2021) em ambiente Simulink permitiu a criação de logs de voo simulados e o teste de diferentes manobras de excitação, baseadas em *doublets* aplicados ao aileron e ao leme, com

o objetivo de avaliar a resposta do algoritmo OEM. A modelagem dinâmica foi fundamentada em Fischer, Nepomuceno e Góes (2018), com adaptações inspiradas em Stevens e Lewis (1992) para adequação das variáveis de estado às medições disponíveis.

Os resultados obtidos indicaram que o modelo 0 apresentou o melhor desempenho, considerando o limite de Cramér–Rao, e boa coerência com o modelo de referência definido pelo AVL. A comparação das trajetórias simuladas confirmou que o algoritmo proposto foi capaz de reproduzir adequadamente a dinâmica látero-direcional da aeronave, demonstrando robustez e consistência nos parâmetros identificados.

Conclui-se, portanto, que o método OEM mostrou-se eficiente e de baixo custo computacional para a identificação de sistemas dinâmicos de aeronaves em escala reduzida, sendo uma alternativa viável aos ensaios experimentais e aos testes em túnel de vento. Além disso, o trabalho reforça a importância da integração entre ferramentas como AVL, MATLAB/Simulink e OEM na construção de modelos dinâmicos precisos, abrindo caminho para futuras aplicações em projetos de pilotos automáticos e sistemas de controle autônomos de veículos aéreos não tripulados.

Referências

D. GAYANGO, R. SALMORAL, H. ROMERO, J. M. CARMONA, A. SUAREZ AND A. OLLERO, **"Benchmark Evaluation of Hybrid Fixed-Flapping Wing Aerial Robot With Autopilot Architecture for Autonomous Outdoor Flight Operations,"** in IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 8, no. 7, pp. 4243-4250, July 2023, doi: 10.1109/LRA.2023.3280753.

C. Fischer, L. M. Nepomuceno and L. C. S. Goes, **"Selection And Definition Of Maneuvers For Parameter Identification Of An Unmanned Aerial Vehicle, Vector-P,"** in IEEE Latin America Transactions, vol. 16, no. 2, pp. 408-415, Feb. 2018, doi: 10.1109/TLA.2018.8327393.

DU, Y. **Development of real-time flight control system for low-cost vehicle. Dissertation** (Master of Science by Research in Engineering) – School of Engineering. Cranfield University, 2011.

F. T. YARE SHE, N. W. MADEBO, C. M. ABDISSA AND L. N. LEMMA, **"Trajectory Tracking of Fixed-Wing UAV Using ANFIS-Based Sliding Mode Controller,"** in IEEE Access, vol. 13, pp. 61986-62003, 2025, doi: 10.1109/ACCESS.2025.3557472.

J. AHSAN, M. AHSAN, A. JAMIL AND A. ALI, **"Grey Box Modeling of Lateral-Directional Dynamics of a UAV through System Identification,"** 2016 International Conference on Frontiers of Information Technology (FIT), Islamabad, Pakistan, 2016, pp. 324-329, doi: 10.1109/FIT.2016.066.

JATEGAONKAR, R.V. **Flight Vehicle System Identification: a time domain methodology.** Reston, VA: AIAA, 2006.

M. H. SANTOS, N. M. F. OLIVEIRA AND R. D'AMORE, **"From Control Requirements to PIL Test: Development of a Structure to Autopilot Implementation,"** in IEEE Access, vol. 9, pp. 154788-154803, 2021, doi: 10.1109/ACCESS.2021.3127846.

N. V. HOFFER, C. COOPMANS, A. M. JENSEN AND Y. CHEN, **"Small low-cost unmanned aerial vehicle system identification: A survey and categorization,"** 2013 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Atlanta, GA, USA, 2013, pp. 897-904, doi: 10.1109/ICUAS.2013.6564775.

SATO, F. C. Y. C. **Identificação do modelo longitudinal do aeromodelo Piper J3 através da implementação do método OEM auxiliado por ferramentas computacionais.** Dissertação (Mestrado em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica e Computação, Área de Dispositivos e Sistemas Eletrônicos) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2021.

STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L. **Aircraft control and simulation.** New York: John Wiley & Sons, 1992.

W. XUE, J. QI, G. SHAO, Z. XIAO, Y. ZHANG AND P. ZHONG, **"Low-Rank Approximation and Multiple Sparse Constraint Modeling for Infrared Low-Flying**



Fixed-Wing UAV Detection," in IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, vol. 14, pp. 4150-4166, 2021, doi: 10.1109/JSTARS.2021.3069032.