



Módulo de Programa *On-line* para Cálculo de Propriedades Geométricas de Elementos Estruturais Lineares com Seções Transversais “I” e “T”

Thayana Soares da Silva

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP Votuporanga),
Votuporanga, SP, Brasil

Gustavo Cabrelli Nirschl

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP Votuporanga),
Votuporanga, SP, Brasil

Resumo: A Engenharia Civil tem se beneficiado dos avanços tecnológicos atuais, contando com vários *softwares* que auxiliam seus projetos. Embora existam programas que calculam propriedades geométricas de seções transversais de elementos estruturais lineares, eles geralmente apresentam apenas os resultados, o que dificulta a compreensão completa dos estudantes. Visando a suprir essa necessidade, criou-se um programa em *web (HTML/ JavaScript)* capaz de exibir não apenas resultados, mas também um relatório contendo a base teórica, os cálculos utilizados e os desenhos pertinentes. Nomeado como IFSEÇÃO, o programa é disponibilizado *on-line* tornando-se recurso auxiliar para profissionais e estudantes da área. Apresentam-se neste artigo os resultados para seções transversais “I” e “T”.

Palavras-chave: engenharia civil. elementos estruturais lineares. propriedades das seções transversais.

Abstract: Civil engineering has benefited from current technological advances, with several software that help its projects. Although there are programs that calculate geometric properties of cross sections of linear structural elements, they usually only present the results, which makes it difficult for students to fully understand. In order

to fulfill this need, a web program (HTML/JavaScript) was created capable of displaying not only results, but also a report containing the theoretical basis, the calculations used and the relevant drawings. Named IFSEÇÃO, the program is available online, becoming an auxiliary resource for professionals and students in the area. This paper presents the results for cross sections “I” and “T”.

Keywords: *civil engineering. linear structural elements. properties of cross sections.*

INTRODUÇÃO

As propriedades geométricas das seções transversais de elementos estruturais lineares desempenham um papel fundamental no campo da Engenharia Civil. Porque, segundo Beer e Johnston (1995), o dimensionamento dos elementos estruturais depende das tensões que se distribuem ao longo dessas seções.

Tomando como exemplo o projeto de uma viga, de acordo com Beer e Johnston (1995), é necessário selecionar o material (concreto armado, madeira, perfis de aço, por exemplo) e as dimensões da seção transversal de forma que ela não falhe sob determinadas cargas (dimensionamento). No dimensionamento, considera-se, entre outros aspectos, que as tensões normais (σ) atuantes devem ser menores do que as tensões admissíveis do material.

No caso de uma viga prismática sujeita a um carregamento transversal (flexão simples reta - FSR), as tensões normais são calculadas pela equação 1, conforme Beer e Johnston (1995).

$$\sigma_{FSR} = \frac{M}{I} * y \quad (1)$$

Em que:

- I é o momento de inércia da seção transversal com relação à linha neutra;
- y é a distância a partir da linha neutra, na seção transversal;

Nesse contexto, foi desenvolvido um módulo de programa *online* chamado IFSEÇÃO, com o objetivo de calcular e detalhar as propriedades geométricas de seções transversais em “I” e “T” de elementos estruturais lineares.

Disponível no site do NEVE (Núcleo de Engenharia Virtual e Experimental) do Instituto Federal de São Paulo campus de Votuporanga (<https://vtp.ifsp.edu.br/nev/ifsecao/ifsecao.html>), o IFSEÇÃO oferece um relatório em formato PDF (*portable document format*), diferentemente de outros programas *online* semelhantes, como exemplo SkyCiv (2023) e PropGeo TQS (2023).

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DE SEÇÕES TRANSVERSAIS ABORDADAS

Área

De acordo com Dolce e Pompeo (2005), as seções transversais em forma de "T" e "I" (Figura 3) são consideradas figuras compostas, o que significa que podem ser divididas em outras figuras geométricas comuns, como retângulos, cuja área pode ser calculada multiplicando-se a base pela altura.

Centro de Gravidade

Segundo CESAD (2021), o centróide, ou centro de gravidade, é o ponto dentro de uma forma geométrica que define seu centro geométrico. Além disso, é importante considerar outros parâmetros que se relacionam com o centróide, como o centro de massa, que é o ponto imaginário onde toda a massa do corpo pode ser considerada concentrada. Quando uma estrutura tem peso específico e espessura constantes, ou seja, quando é feita de um único material homogêneo, o centróide e o centro de massa coincidem.

De acordo com Beer e Johnston (2008), a fórmula para calcular o centróide em relação à direção x, mostrada na Figura 6, em uma seção transversal composta por vários retângulos, é representada pela equação 2.

$$\bar{A} = \frac{\sum yS}{\sum S} \quad (2)$$

Em que:

- \bar{A} representa a distância, no eixo B (figura 5) da origem até o centróide.
- S é a área de cada retângulo.
- y é a distância da origem, no eixo B, até o centróide de cada retângulo parcial.

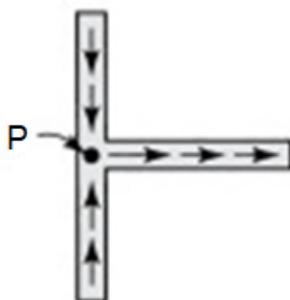
Para a direção y (figura 5), toma-se procedimento análogo.

Centro de Torção

O centro de torção, também conhecido como centro de cisalhamento ou centro de cortante, é definido como o ponto em uma seção transversal onde qualquer esforço cortante que atue não produzirá momento torçor. Segundo Beer, Johnston e Eisenberg (2011), em seções transversais simétricas, o centro de torção coincide com o centro de gravidade da seção, como é o caso da seção em "I".

Ugural e Fenster (2019) afirmam que, no ponto P indicado na Figura 1, o momento devido às forças de cisalhamento é zero, o que também o caracteriza como o centro de torção. Essa situação ocorre em todas as seções compostas por dois elementos retangulares que se cruzam, como é o caso da seção em "T".

Figura 1 – Centro de torção de seção T.



Fonte: Adaptado de Ugural e Fenster (2019)

Momento de Inércia

O momento de inércia é uma propriedade geométrica da seção transversal de uma barra que mede a resistência ao tombamento ou deformação em relação a um determinado eixo, exemplificada, conforme por Beer e Johnston (1995), na equação 1. Portanto, na flexão simples reta, a tensão atuante é inversamente proporcional ao momento de inércia, ou seja, quanto maior o momento de inércia, menor será a tensão atuante.

Hibbeler (2010) destaca que o Teorema dos Eixos Paralelos é mais comumente utilizado, especialmente em figuras complexas e compostas, como as seções em forma de "I" e "T". Esse teorema permite calcular o momento de inércia de uma seção transversal em relação ao eixo que passa pelo seu centróide,

utilizando o eixo que passa pelo centróide de cada área subdividida e a distância entre esses eixos. A fórmula para o cálculo é apresentada na equação 3:

$$I = \sum I_c + S.d^2 \quad (3)$$

Onde:

- I é a inércia total em relação ao eixo desejado que passa pelo centróide da seção transversal (por exemplo x ou y).
- I_c = Inércia em relação ao eixo centroidal de uma das figuras geométricas em que a seção transversal total foi dividida, por exemplo, retângulo.
- d é a distância entre o eixo que passa pelo centróide da seção transversal e o eixo que passa pelo centróide de cada área subdividida (por exemplo, para I_x , d é medido em relação ao eixo B e vice-versa).
- S é a área de cada figura subdividida.

Momento de Inércia à Torção

O momento de inércia à torção, também conhecido como momento de inércia polar, desempenha um papel importante em problemas relacionados à torção, conforme Beer, Johnston e Eisenberg (2011).

Beer, Johnston et al. (2011) mencionam que o momento de inércia à torção de uma seção transversal é determinado pela equação 4.

$$J = I_x + I_y \quad (4)$$

Onde:

- J = o momento de inércia à torção.
- I_x = Momento de Inércia em torno do eixo x
- I_y = Momento de Inércia em torno do eixo y

Produto de Inércia

Conforme a definição de Beer, Johnston e Eisenberg (2011), o produto de inércia é uma medida da anti-simetria da distribuição de massa de um corpo em relação a um par de eixos, considerando o baricentro como referência.

De acordo com Scremin (2009), se uma figura possui pelo menos um eixo de simetria, então o produto de inércia é nulo. Portanto, para seções transversais em formato de "I" e "T", o produto de inércia é igual a zero.

Raio de Giração

De acordo com Beer, Johnston e Eisenberg (2011), raio de giração (equação 5), também conhecido como raio de inércia, é a distância da faixa concentrada hipotética da área da seção transversal de uma peça, estreita e paralela a um eixo, obtida de modo que essa faixa tenha o mesmo momento de inércia em relação ao eixo.

$$r = \sqrt{\frac{I}{S}} \quad (5)$$

Em que:

- I = momento de inércia;
- S = área da seção transversal;

Beer, Johnston e Eisenberg (2011) citam que quanto maior for o raio de giração, maior será a tensão crítica de flambagem. Portanto, um aumento no raio de giração é benéfico para o dimensionamento da estrutura em relação à flambagem.

Módulo Resistente

Beer e Johnston (1995) definem o módulo resistente ou módulo da seção transversal como a divisão do momento de inércia (I) pela coordenada máxima ($y_{m\acute{a}x}$) em relação ao centróide, representado pela equação 6.

$$W = \frac{I}{y_{m\acute{a}x}} \quad (6)$$

Onde:

- I = Momento de Inércia;
- y_{max} = coordenada máxima em relação ao centróide.

Constante de Empenamento

De acordo com Guanabara (2010), o coeficiente de empenamento é uma característica geométrica dos perfis que está relacionada à resistência contra o empenamento transversal. A equação 7 fornece o valor específico do coeficiente de empenamento para seções “I”, de acordo com Guanabara (2010).

$$C_w = \frac{I_y (d - t_f)^2}{4} \quad (7)$$

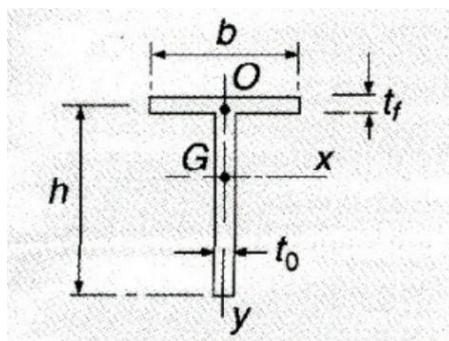
Onde:

- I_y = momento de inércia em relação ao eixo y ;
- d = altura da seção transversal “I”;
- t_f = espessura da mesa da seção transversal “I”.

PFEIL(2009) apresenta como constante de empenamento para seções transversais em “T” a equação 8. As variáveis estão na Figura 2.

$$C_w = \frac{1}{36} \cdot \left(\frac{b^3 t_f^3}{4} + h^3 + t_0^3 \right) \quad (8)$$

Figura 2 – Variáveis consideradas para a seção T usadas na equação 8.



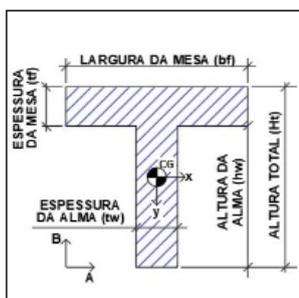
Fonte: PFEIL (2009)

RESULTADOS

A programação das propriedades geométricas das seções transversais consideradas foi feita em *HTML/JavaScript* e está publicada como módulo do programa IFSEÇÃO (de autoria dos membros do grupo de pesquisa NEVE, do qual este trabalho faz parte), no site <https://vtp.ifsp.edu.br/nev/ifsecao/ifsecao.html>. As figuras 3 a 7 mostram o funcionamento do módulo por meio de um exemplo numérico.

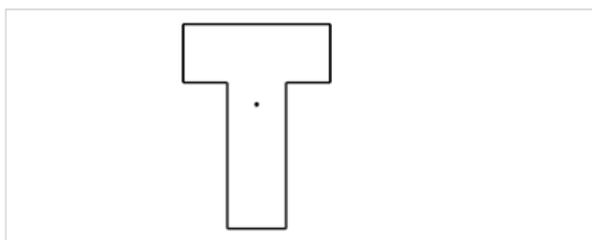
Figura 3 – Tela Inicial das Seções em T e I

ESCOLHA A SEÇÃO:

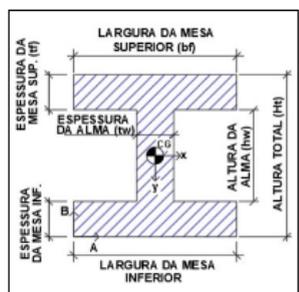


SEÇÃO TRANSVERSAL T:
 Largura da Mesa: cm
 Espessura da Mesa: cm
 Altura da Alma: cm
 Espessura da Alma: cm

Precisão numérica geral:

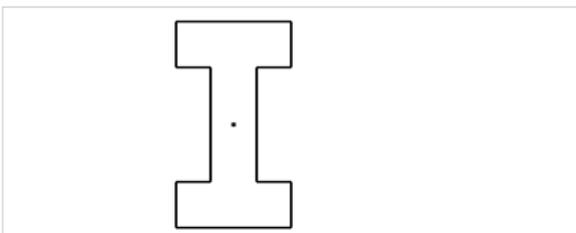


ESCOLHA A SEÇÃO:



SEÇÃO TRANSVERSAL I:
 Largura da Mesa Superior: cm
 Espessura da Mesa Superior: cm
 Altura da Alma: cm
 Espessura da Alma: cm
 Largura da Mesa Inferior: cm
 Espessura da Mesa Inferior: cm

Precisão numérica geral:



Fonte: O próprio autor (2023)

Figura 4 – Resultados gerados com valores para Seção em T da Figura 6

Propriedades	Resultado	Unidades	Outros nomes em português	Nome em inglês	Equação	Exemplo
Área	500.00	cm ²		Area	Dolce e Pompeo (2005)	PROPGEQ TQS(2023)
A Centro de Gravidade	12.50	cm	Centróide	Centroid	Beer e Johnston (2008)	PROPGEQ TQS(2023)
B Centro de Gravidade	21.25	cm	Centróide	Centroid	Beer e Johnston (2008)	PROPGEQ TQS(2023)
A Centro de Torção	12.50	cm	Centro de Cisalhamento	Torsion Center	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	PROPGEQ TQS(2023)
B Centro de Torção	30.00	cm	Centro de Cisalhamento	Torsion Center	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	PROPGEQ TQS(2023)
Ix Momento de Inércia	53385.42	cm ⁴	Momento de Inércia Axial	Moment of Inertia	Hibbeler(2010)	PROPGEQ TQS(2023)
Iy momento de Inércia	15104.17	cm ⁴	Momento de Inércia Axial	Moment of Inertia	Hibbeler(2010)	PROPGEQ TQS(2023)
J Momento Polar de Inércia	68489.58	cm ⁴	Momentode Inércia a Torção	Polar Moment of Inertia	Beer,Johnston et al(2012)	PROPGEQ TQS(2023)
Ixy Produto de Inércia	0	cm ⁴		Product of inertia	Scremin (2009)	PROPGEQ TQS(2023)
ix Raio de Giração	10.33	cm	Raio de Inércia	Radius of Gyration	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	PROPGEQ TQS(2023)
iy Raio de Giração	5.50	cm	Raio de Inércia	Radius of Gyration	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	PROPGEQ TQS(2023)
Wx Módulo Resistente	3050.60	cm ³	Módulo da Seção	Section Modulus	Beer e Johnston (1995)	PROPGEQ TQS(2023)
Wy Módulo Resistente	1208.33	cm ³	Módulo da Seção	Section Modulus	Beer e Johnston (1995)	PROPGEQ TQS(2023)
Cw Constante de Empenamento	858506.94	cm ⁴	Coefficiente de Empenamento	Warping Constant	PFEIL (2009)	PROPGEQ TQS(2023)

Fonte: O próprio autor (2023)

Figura 5 – Resultados gerados com valores para Seção em I da figura 7

Propriedades	Resultado	Unidades	Outros nomes em português	Nome em inglês	Equação	Exemplo
Área	750.00	cm ²		Area	Dolce e Pompeo (2005)	PROPGEQ TQS(2023)
A Centro de Gravidade	12.50	cm	Centróide	Centroid	Beer e Johnston (2008)	PROPGEQ TQS(2023)
B Centro de Gravidade	22.50	cm	Centróide	Centroid	Beer e Johnston (2008)	PROPGEQ TQS(2023)
A Centro de Torção	12.50	cm	Centro de Cisalhamento	Torsion Center	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	PROPGEQ TQS(2023)
B Centro de Torção	22.50	cm	Centro de Cisalhamento	Torsion Center	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	PROPGEQ TQS(2023)
Ix Momento de Inércia	170312.50	cm ⁴	Momento de Inércia Axial	Moment of Inertia	Hibbeler(2010)	PROPGEQ TQS(2023)
Iy momento de Inércia	28125.00	cm ⁴	Momento de Inércia Axial	Moment of Inertia	Hibbeler(2010)	PROPGEQ TQS(2023)
J Momento Polar de Inércia	198437.50	cm ⁴	Momentode Inércia a Torção	Polar Moment of Inertia	Beer,Johnston et al(2012)	PROPGEQ TQS(2023)
Ixy Produto de Inércia	0	cm ⁴		Product of inertia	Scremin (2009)	PROPGEQ TQS(2023)
ix Raio de Giração	15.07	cm	Raio de Inércia	Radius of Gyration	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	PROPGEQ TQS(2023)
iy Raio de Giração	6.12	cm	Raio de Inércia	Radius of Gyration	Beer, Johnston e Eisenberg (2011)	PROPGEQ TQS(2023)
Wx Módulo Resistente	7569.44	cm ³	Módulo da Seção	Section Modulus	Beer e Johnston (1995)	PROPGEQ TQS(2023)
Wy Módulo Resistente	2250.00	cm ³	Módulo da Seção	Section Modulus	Beer e Johnston (1995)	PROPGEQ TQS(2023)
Cw Constante de Empenamento	8613281.25	cm ⁴	Coefficiente de Empenamento	Warping Constant	PFEIL (2009)	PROPGEQ TQS(2023)

Fonte: O próprio autor (2023)

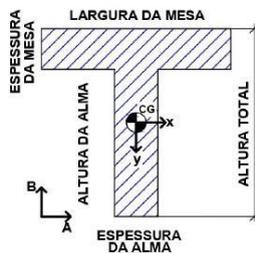
Figura 6 – Relatório em PDF para seção em T

TO TRANSLATE THIS DOCUMENT, DOWNLOAD THE PDF REPORT AND TRANSLATE ON <https://www.onlinedoctranslator.com/pt/> (FREE - GENERATE COMPLETE PDF TRANSLATED FILE) OR TRANSLATE ON <https://translate.google.com/> (SELECT DOCUMENTS - FREE - BUT ONLY TRANSLATE TEXT)



NEV: Núcleo de Engenharia Virtual
Título: PROGRAMA ON-LINE PARA CÁLCULO E ESTUDO DE PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DE SEÇÕES TRANSVERSAIS "I" E "T".
Autor: Thayana Soares da Silva
Orientador: Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl
Tipo: Iniciação Científica com Bolsa Institucional
Curso: Engenharia Civil
Data da versão original: 30/11/2022
Data da última atualização: 30/05/2023
Data da geração do relatório: 31/5/2023

CÁLCULO DE PROPRIEDADES DE SEÇÃO T



Espessura alma: = 10.00 cm
Altura da alma:= 25.00 cm
Largura da mesa:= 25.00 cm
Espessura da mesa:= 10.00 cm

Área

Dependendo da forma da seção transversal pode-se calcular sua área total subdividindo-a em retângulos, cujas áreas são classicamente determinadas.

Dolce e Pompeo (2005) apresentam que a área de uma seção transversal retangular é dada por:

$S_{ret} = \text{base} \times \text{altura}$

Isso implica que, para calcular a área da seção transversal "T", a mesma será dividida em 2 retângulos com sua área total sendo a soma deles.

Como mostra a Figura 1, onde o retângulo sem hachura é chamado de mesa e o hachurado de alma da seção.

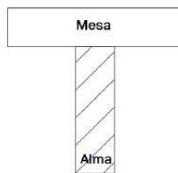


Figura 1 – Área da seção transversal em "T"

Com isso temos:

$$S = (\text{largura da mesa} \times \text{espessura da mesa}) + (\text{altura da alma} \times \text{espessura da alma}) = 500.00 \text{cm}^2$$

$$S = (25.00 \cdot 10.00) + (25.00 \cdot 10.00) = 500.00 \text{cm}^2$$

CENTROIDE

Segundo CESAD (2021), o centróide é o ponto no interior de uma forma geométrica que define seu centro geométrico. É importante definir ainda outros parâmetros que podem se relacionar com o centróide: o centro de massa (ou centro de gravidade ou baricentro, considerando que a estrutura está sobre gravidade uniforme terrestre) é o ponto onde pode ser pensado que toda a massa do corpo está concentrada para o cálculo de vários efeitos. O centróide e o centro de massa coincidem quando a estrutura tem peso específico e espessura constante, ou seja, quando é constituída de um só material homogêneo. Conforme Beer e Johnston (2008), a fórmula para centróide, no caso de uma seção transversal composta de vários retângulos, para a direção x (figura 1), é representada por:

$$A = (\sum yS) / (\sum S)$$

onde:

A = centróide em relação a y

S = área de cada retângulo

y = distância da origem, no eixo B, até o centróide de cada retângulo parcial

OBS: mesmo procedimento para a direção y (cota B)

Com isso temos:

A Centro de Gravidade = $(25.00/2)$

Pois a seção é simétrica nesse eixo

A Centro de Gravidade = 12.50cm

B Centro de Gravidade = $((10.00 \cdot 25.00) \cdot (25.00/2) + (25.00 \cdot 10.00) \cdot (10.00/2 + 25.00)) / ((10.00 \cdot 25.00) + (25.00 \cdot 10.00))$

B Centro de Gravidade = 21.25cm

CENTRO DE TORÇÃO

Ugural e Fenster (2019) afirmam que, no ponto P indicado na figura 2. O momento devido às forças de cisalhamento é zero, o que também o caracteriza como o centro de torção. Essa situação ocorre em todas as seções compostas por dois elementos retangulares que se cruzam, como é o caso da seção em "T".

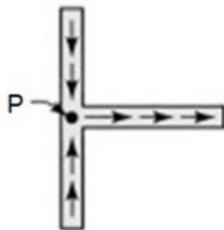


Figura 2: Centro de torção de seção "T"

Ou seja, A Centro de Torção = 12.50cm e B Centro de Torção = 30.00cm

MOMENTO DE INÉRCIA

Momento de inércia (I) é uma característica geométrica da seção transversal que contribui para se medir a resistência ao tombamento (ou à deformação) em relação a um eixo de uma barra e aparece, por exemplo,

conforme Beer e Johnston (1995), na equação:

$$\sigma_{FSR} = \frac{M}{I} * y$$

Em que:

M= Momento Fletor

y= é a distância a partir da linha neutra, na seção transversal

I= Momento de Inércia da seção transversal com relação á linha neutra

Portanto, quanto maior o momento de inércia, menor a tensão atuante no caso de flexão simples reta (FSR).

Hibbeler (2010) destaca que o Teorema dos Eixos Paralelos é mais comumente utilizado, especialmente em figuras complexas e compostas, como as seções em forma de "I" e "T". Esse teorema permite calcular o momento de inércia de uma seção transversal em relação a um eixo qualquer, utilizando o centroide e a distância entre os eixos. A fórmula para o cálculo é apresentada na equação:

$$I = \sum I_c + S.d^2$$

Em que

I é a inercia total em relação ao eixo desejado que passa pelo centróide da seção transversal(por exemplo x ou y).

I_c = Inercia em relação ao eixo centroidal de uma das figuras geométricas em que a seção transversal total foi dividida, por exemplo retângulo.

d = distância entre o eixo da seção transversal e o eixo (por exemplo, para I_x, d é medido em relação ao eixo B e vice-versa).

S = área de cada figura subdividida.

Com isso, temos para T, o momento de inércia em relação aos eixos que passam pelo centróide:

Inércia das figuras que compõem a seção

Inércia da Alma x = $(10.00.25.00^3)/12 = 13020.83\text{cm}^4$

Inércia da Alma y = $(25.00.10.00^3)/12 = 2083.33\text{cm}^4$

Inércia da Mesa x = $(25.00.10.00^3)/12 = 2083.33\text{cm}^4$

Inércia da Mesa y = $(10.00.25.00^3)/12 = 13020.83\text{cm}^4$

d de cada figura

d alma ly = 0 cm, pois a seção T é simétrica em torno do eixo y

d alma lx = $(21.25-25.00)/2 = 8.75\text{cm}$

d mesa y = 0 cm, pois a seção T é simétrica em torno do eixo y

d mesa lx = $(21.25-25.00+ (10.00)/2) = -8.75\text{cm}$

Momento de Inércia Seção T

Momento de Inércia X= $(2083.33 + (10.00.25.00).8.75^2) + (13020.83 + (25.00.10.00).-8.75^2) = 53385.42\text{cm}^4$

Momento de Inércia Y= $(13020.83 + (10.00.25.00).0.00^2) + (2083.33 + (25.00.10.00).0.00^2) = 15104.17\text{cm}^4$

MOMENTO DE INÉRCIA À TORÇÃO

Também chamado de momento polar de inércia, é, segundo Beer, Johnston e Eisenberg (2011), uma característica importante nos problemas relativos à torção. Beer e Johnston (1995) exemplificam, no problema da torção pura numa barra circular, o cálculo da tensão cisalhante atuante como:

$$\tau_{TOR} = \frac{T}{J} \rho$$

Em que:

T é a o momento torçor atuante na seção transversal;
 pé a distância a partir do eixo da barra, na seção transversal
 J é o momento polar de inércia.

Beer, Johnston et al.(2012) citam que o momento polar de inércia de uma seção transversal é dado pela seguinte equação:

$$J = I_x + I_y$$

Em que:

J = o momento polar de inércia.

I_x = Momento de Inércia em torno do eixo x

I_y = Momento de Inércia em torno do eixo y

Onde para seção T:

$$\text{Momento de Inércia Polar} = 53385.42 + 15104.17 = 68489.58 \text{cm}^4$$

PRODUTO DE INÉRCIA

Conforme Beer, Johnston e Eisenberg (2011), o produto de inércia mede a anti-simetria da distribuição de massa de um corpo em relação a um par de eixos e em relação ao seu baricentro.

Scremin(2009) cita que se uma figura tem ao menos um eixo de simetria, por exemplo y, então o produto de inércia é nulo

Por isso, para seção I, o produto de Inércia é nulo.

MÓDULO RESISTENTE ELASTICO

Beer e Johnston (1995) chamam de módulo resistente ou módulo da seção ou módulo resistente elástico da seção transversal a divisão de "I/y", mas tomando como y a coordenada máxima (y_{máx}) em relação ao centróide:

$$W = \frac{I}{y_{máx}}$$

Onde:

I= Momento de Inércia;

y_{max}= coordenada maxima em relação ao centróide

Sendo assim:

$$\text{Módulo Resistente Elastico X} = 53385.42 / (35.00/2) = 3050.60 \text{cm}^3$$

$$\text{Módulo Resistente Elastico Y} = 15104.17 / (35.00/2) = 1208.33 \text{cm}^3$$

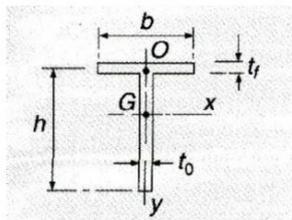
CONSTANTE DE EMPENAMENTO

Guanabara (2010) mostra que o coeficiente de empenamento é uma propriedade geométrica dos perfis

Guanabara (2010) mostra que o coeficiente de empenamento é uma propriedade geométrica dos perfis relacionada à rigidez ao empenamento transversal. PFEIL (2009) apresenta como constante de empenamento para seções transversais T a seguinte equação:

$$C_w = \frac{1}{36} \cdot \left(\frac{b^3 t_f^3}{4} + h^3 + t_0^3 \right)$$

Onde PFEIL (2009) representa as variáveis da equação como:



Calculando tem-se:

$$\text{Constante de Empenamento} = (1/36) \cdot ((25.00^3) \cdot (10.00^3)) / 4 + (35.00 - (10.00/2))^3 + 10.00^3 = 858506.94 \text{ cm}^3$$

RAIO DE GIRAÇÃO

Também conhecido como raio de inércia, conforme Beer, Johnston e Eisenberg (2011) retrata a distância da faixa concentrada hipotética da área da seção, estreita e paralela a um eixo, obtida de modo que esta faixa tenha o mesmo momento de inércia em relação ao eixo. Como exemplo, Beer e Johnston (1995) apresentam a seguinte equação para o cálculo da tensão crítica de flambagem numa barra, que se utiliza do raio de giração:

$$\sigma_{CF} = \frac{\pi^2 E}{(L_{FL}/r)^2}$$

Onde:

E é o módulo de elasticidade do material da estrutura;
LFL é o comprimento de flambagem da peça;
r é o raio de giração da seção transversal da peça;

Em seguida apresenta a fórmula para o raio de giração

$$r = \sqrt{\frac{I}{S}}$$

Onde:

I= Momento de Inércia;
A= Área da seção transversal
Sendo assim:

$$\text{RAIO DE GIRAÇÃO X} = \text{Raiz quadrada de}(53385.42/500.00) = 10.33 \text{ cm}$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BEER, F. P., JOHNSTON, E. R. Jr, MAZUREK, D. F., EISENBERG, E. R. Mecânica vetorial para engenheiros - Estática. 9ª ed. McGraw Hill. São Paulo, 2011.

BEER, F.P.; JOHNSTON, E.R.Jr. Resistência dos materiais. 3.ed. Makron Books. São Paulo, 1995.

BEER, F. P., JOHNSTON, E. R., DWOLF, J. T., MAZUREK, D. F., – Mecânica dos Materiais. 5 ed. McGraw Hill. São Paulo, 2008

CESAD. CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA (ed.). Centróide, centro gravidade e centro de massa de um corpo. In: CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA. [S. l.], 8 jan. 2021. Disponível em: https://cesad.ufs.br/ORBI/public/uploadCatalogo/15254715102012Instrumentacao_para_o_Ensino_de_Fisica_I_Aula_2.pdf. Acesso em: 8 nov. 2021.

DOLCE, Oswaldo e POMPEO, Jose Nicolau. Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana. Volume 9. 8ª ed. São Paulo, Atual Editora, 2005.

GUANABARA, Matheus Kerkhoff. DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS METÁLICAS: ROTINA COMPUTACIONAL PARA SELEÇÃO DE PERFIS METÁLICOS. 2010. Trabalho de Diplomação (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/28583/000769204.pdf>. Acesso em: 12 maio 2022.

HIBBELER, R. C. Resistência dos materiais. 7. ed. São Paulo: Pearson Education: Prentice-Hall, 2010

PFEIL, W., PFEIL M. Estruturas de Aço – Dimensionamento Prático. 8º ed. Rio de Janeiro, 2009.

Fonte: O próprio autor (2023)

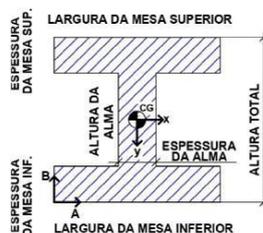
Figura 7 – Relatório em PDF para seção em I

TO TRANSLATE THIS DOCUMENT, DOWNLOAD THE PDF REPORT AND TRANSLATE ON <https://www.onlinedoctranslator.com/pt/> (FREE - GENERATE COMPLETE PDF TRANSLATED FILE) OR TRANSLATE ON <https://translate.google.com/> (SELECT DOCUMENTS - FREE - BUT ONLY TRANSLATE TEXT)



NEV: Núcleo de Engenharia Virtual
Título: PROGRAMA ON-LINE PARA CÁLCULO E ESTUDO DE PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DE SEÇÕES TRANSVERSAIS "I" E "T".
Autor: Thayana Soares da Silva
Orientador: Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl
Tipo: Iniciação Científica com Bolsa Institucional
Curso: Engenharia Civil
Data da versão original: 30/11/2022
Data da última atualização: 30/05/2023
Data da geração do relatório: 31/5/2023

CÁLCULO DE PROPRIEDADES DE SEÇÃO I



Espessura alma= 10.00 cm
Altura da alma= 25.00 cm
Largura da mesa superior= 25.00 cm
Espessura da mesa superior= 10.00 cm
Largura da mesa inferior= 25.00 cm
Espessura da mesa inferior:= 10.00 cm

Área

Dependendo da forma da seção transversal, pode-se calcular sua área total subdividindo-a em retângulos, cujas áreas são classicamente determinadas.

Dolce e Pompeo (2005) apresentam que a área de uma seção transversal retangular é dada por:

$$S_{ret} = \text{base} \times \text{altura}$$

Isso implica que para calcular a área da seção transversal "I", a mesma será dividida em 3 retângulos com sua área total sendo a soma deles.

Como mostra a figura 1, o retângulo sem hachura é chamado de alma e os hachurados de mesas da seção.

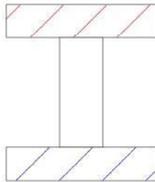


Figura 1 – Área da seção transversal em "I"

Com isso temos:

1 de 6

$$S = (\text{largura da mesa superior} \times \text{espessura da mesa superior}) + (\text{largura da mesa inferior} \times \text{espessura da mesa inferior}) + (\text{altura da alma} \times \text{espessura da alma}) = 750.00\text{cm}^2$$
$$S = (25.00 \cdot 10.00) + (25.00 \cdot 10.00) + (25.00 \cdot 10.00) = 750.00\text{cm}^2$$

CENTROIDE

Segundo CESAD (2021), o centróide é o ponto no interior de uma forma geométrica que define seu centro geométrico. É importante definir ainda outros parâmetros que podem se relacionar com o centróide: o centro de massa (ou centro de gravidade ou baricentro, considerando que a estrutura está sobre gravidade uniforme terrestre) é o ponto onde pode ser pensado que toda a massa do corpo está concentrada para o cálculo de vários efeitos. O centróide e o centro de massa coincidem quando a estrutura tem peso específico e espessura constante, ou seja, quando é constituída de um só material homogêneo.

Conforme Beer e Johnston (2008), a fórmula para centróide, no caso de uma seção transversal composta de vários retângulos, para a direção x (figura 1), é representada por:

$$A = (\sum yS) / (\sum S)$$

onde:

A = centróide em relação a y

S = área de cada retângulo

y = distância da origem, no eixo B, até o centróide de cada retângulo parcial

OBS: mesmo procedimento para a direção y (cota B)

Com isso temos:

$$A \text{ Centro de Gravidade} = (25.00/2)$$

Pois a seção é simétrica nesse eixo

$$A \text{ Centro de Gravidade} = 12.50\text{cm}$$

$$B \text{ Centro de Gravidade} = (((10.00 \cdot 25.00) \cdot ((25.00/2) + 10.00)) + ((25.00 \cdot 10.00) \cdot (10.00/2 + 25.00 + 10.00)) + (25.00 \cdot 10.00) \cdot (10.00/2)) / ((10.00 \cdot 25.00) + (25.00 \cdot 10.00) + (25.00 \cdot 10.00))$$

$$B \text{ Centro de Gravidade} = 22.50\text{cm}$$

CENTRO DE TORÇÃO

O centro de torção (ou centro de cisalhamento ou centro de cortante) é tal que, segundo Beer, Johnston e Eisenberg (2011), qualquer esforço cortante que passe por ele não produzirá momento torçor na seção transversal. Para seções transversais simétricas, coincide com o centro de gravidade.

Ou seja, A Centro de Torção = 12.50cm e B Centro de Torção = 22.50cm

MOMENTO DE INÉRCIA

Momento de inércia (I), também conhecido como momento de inércia axial, é uma característica geométrica da seção transversal que contribui para se medir a resistência ao tombamento (ou à deformação) em relação a um eixo de uma barra e aparece, por exemplo, conforme Beer e Johnston (1995), na equação:

$$\sigma_{FSR} = \frac{M}{I} * y$$

Em que:

2 de 6

M= Momento Fletor

y= é a distância a partir da linha neutra, na seção transversal

I= Momento de Inércia da seção transversal com relação á linha neutra

Portanto, quanto maior o momento de inércia, menor a tensão atuante no caso de flexão simples reta. (FSR)

Hibbeler (2010) destaca que o Teorema dos Eixos Paralelos é mais comumente utilizado, especialmente em figuras complexas e compostas, como as seções em forma de "I" e "T". Esse teorema permite calcular o momento de inércia de uma seção transversal em relação a um eixo qualquer, utilizando o centróide e a distância entre os eixos. A fórmula para o cálculo é apresentada na equação:

$$I = \sum I_c + S.d^2$$

Em que

I é a inercia total em relação ao eixo desejado (por exemplo x ou y).

Ic = Inercia em relação ao eixo centroidal, ou seja, a inercia de uma das figuras geométricas em que a seção transversal total foi dividida, por exemplo retângulo.

d = distância entre o eixo da seção transversal e o eixo em que se deseja calcular o momento de inércia (por exemplo, para Ix, d é medido em relação ao eixo y e vice-versa).

A = área da seção transversal em questão.

Com isso, temos para I, o momento de inércia em relação aos eixos que passam pelo centróide (figura 1):

Inércia das figuras que compõem a seção

$$\text{Inércia da Alma } x = (10.00.25.00^3)/12 = 13020.83\text{cm}^4$$

$$\text{Inércia da Alma } y = (25.00.10.00^3)/12 = 2083.33\text{cm}^4$$

$$\text{Inércia da Mesa Superior } x = (25.00.10.00^3)/12 = 2083.33\text{cm}^4$$

$$\text{Inércia da Mesa Superior } y = (10.00.25.00^3)/12 = 13020.83\text{cm}^4$$

$$\text{Inércia da Mesa Inferior } x = (25.00.10.00^3)/12 = 2083.33\text{cm}^4$$

$$\text{Inércia da Mesa Inferior } y = (10.00.25.00^3)/12 = 13020.83\text{cm}^4$$

d de cada figura

d alma y = 0 cm, pois a seção I é simétrica em torno do eixo y

$$\text{d alma } x = (22.50 - (25.00/2 + 10.00)) = 0.00\text{cm}$$

d mesa superior y = 0 cm, pois a seção I é simétrica em torno do eixo y

$$\text{d mesa superior } x = (22.50 - (25.00 + 10.00 + (10.00/2))) = -17.50\text{cm}$$

d mesa inferior y = 0 cm, pois a seção I é simétrica em torno do eixo y

$$\text{d mesa inferior } x = (22.50 - (10.00/2)) = 17.50\text{cm}$$

Momento de Inércia Seção I

Momento de Inércia X= (13020.83 +((10.00.25.00).(0.00²)))+(2083.33+((25.00.10.00).(-17.50²)))+(2083.33 +((25.00.10.00).(17.50²))) = 170312.50cm⁴

Momento de Inércia Y= (2083.33 +((10.00.25.00).(0.00²)))+(13020.83 +((25.00.10.00).(0.00²)))+(13020.83 +((25.00.10.00).(0.00²)))= 28125.00cm⁴

MOMENTO DE INÉRCIA À TORÇÃO

Também chamado de momento polar de inércia, é, segundo Beer, Johnston e Eisenberg (2011), uma característica importante nos problemas relativos à torção. Beer e Johnston (1995) exemplificam, no problema da torção pura numa barra circular, o cálculo da tensão cisalhante atuante como:

3 de 6

$$\tau_{TOR} = \frac{T}{J} \rho$$

Em que:

T é a o momento torçor atuante na seção transversal;

ρ é a distância a partir do eixo da barra, na seção transversal

J é o momento polar de inércia.

Beer, Johnston e Eisenberg(2011) citam que o momento polar de inércia de uma seção transversal é dado pela seguinte equação:

$$J = I_x + I_y$$

Em que:

J = o momento polar de inércia.

I_x = Momento de Inercia em torno do eixo x

I_y = Momento de Inercia em torno do eixo y

Onde para seção I:

$$\text{Momento de Inércia Polar} = 170312.50+28125.00= 198437.50\text{cm}^4$$

PRODUTO DE INÉRCIA

Conforme Beer, Johnston e Eisenberg (2011), o produto de inércia mede a anti-simetria da distribuição de massa de um corpo em relação a um par de eixos e em relação ao seu baricentro.

Scremin(2009) cita que se uma figura tem ao menos um eixo de simetria, por exemplo y, então o produto de inércia é nulo

Por isso, para seção I, o produto de Inércia é nulo.

MÓDULO RESISTENTE ELASTICO

Beer e Johnston (1995) chamam de módulo resistente ou módulo da seção ou módulo resistente elástico da seção transversal a divisão de " I/y ", mas tomando como y a coordenada máxima ($y_{\text{máx}}$) em relação ao centróide:

$$W = \frac{I}{y_{\text{máx}}}$$

Onde:

I= Momento de Inércia;

$y_{\text{máx}}$ = coordenada maxima y em relação ao centróide

Sendo assim:

Módulo Resistente Elastico X = $170312.50/(45.00/2) = 7569.44\text{cm}^3$
Módulo Resistente Elastico Y = $28125.00/(45.00/2) = 2250.00\text{cm}^3$

CONSTANTE DE EMPENAMENTO

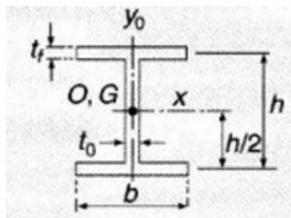
Guanabara (2010) mostra que o coeficiente de empenamento é uma propriedade geométrica dos perfis

4 de 6

relacionada à rigidez ao empenamento transversal. PFEIL(2009) apresenta como constante de empenamento para seções transversais I a seguinte equação:

$$C_{\omega} = I_f \frac{h^2}{2} = \frac{t_f b^3 h^2}{24} = \frac{h^2 I_y}{4}$$

Onde PFEIL(2009) representa as variáveis da equação como:



Calculando tem-se:

$$\text{Constante de Empenamento} = ((45.00 - ((10.00/2) - (10.00/2)))^2 \cdot 28125.00) / 4 = 8613281.25\text{cm}^3$$

RAIO DE GIRAÇÃO

Também conhecido como raio de inércia, conforme Beer, Johnston e Eisenberg (2011) retrata a distância da faixa concentrada hipotética da área da seção, estreita e paralela a um eixo, obtida de modo que esta faixa tenha o mesmo momento de inércia em relação ao eixo. Como exemplo, Beer e Johnston (1995) apresentam a seguinte equação para o cálculo da tensão crítica de flambagem numa barra, que se utiliza do raio de giração (r):

$$\sigma_{CF} = \frac{\pi^2 E}{(L_{FL}/r)^2}$$

Onde:

E é o módulo de elasticidade do material da estrutura;

LFL é o comprimento de flambagem da peça;

r é o raio de giração da seção transversal da peça;

Em seguida apresenta a fórmula para o raio de giração

$$r = \sqrt{\frac{I}{S}}$$

Onde:

I= Momento de Inércia;

S= Área da seção

Sendo assim:

$$\text{RAIO DE GIRAÇÃO X} = \text{Raiz quadrada de}(170312.50/750.00) = 15.07\text{cm}$$

$$\text{RAIO DE GIRAÇÃO Y} = \text{Raiz quadrada de}(28125.00/750.00) = 6.12\text{cm}$$

5 de 6

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BEER, F. P., JOHNSTON, E. R.Jr, MAZUREK, D. F., EISENBERG, E. R. Mecânica vetorial para engenheiros - Estática. 9^a ed. McGraw Hill. São Paulo, 2011.

BEER, F.P.; JOHNSTON, E.R.Jr. Resistência dos materiais. 3.ed. Makron Books. São Paulo, 1995.

BEER, F. P., JOHNSTON, E. R., DWOLF, J. T.,MAZUREK, D. F., – Mecânica dos Materiais. 5 ed. McGraw Hill. São Paulo, 2008

CESAD. CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA (ed.). Centróide, centro gravidade e centro de massa de um corpo. In: CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA. [S. I.], 8 jan. 2021. Disponível em: https://cesad.ufs.br/ORBI/public/uploadCatalogo/15254715102012Instrumentacao_para_o_Ensino_de_Fisica_I_Aula_2.pdf. Acesso em: 8 nov. 2021.

DOLCE, Oswaldo e POMPEO, Jose Nicolau. Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana. Volume 9. 8^a ed. São Paulo, Atual Editora, 2005.

GUANABARA, Matheus Kerkhoff. DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS METÁLICAS: ROTINA COMPUTACIONAL PARA SELEÇÃO DE PERFIS METÁLICOS. 2010. Trabalho de Diplomação (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/28583/000769204.pdf>. Acesso em: 12 maio 2022.

HIBBELER, R. C. Resistência dos materiais. 7. ed. São Paulo: Pearson Education: Prentice-Hall, 2010

PFEIL, W., PFEIL M. Estruturas de Aço – Dimensionamento Prático. 8^o ed. Rio de Janeiro, 2009.

Fonte: O próprio autor (2023)

CONCLUSÃO

O programa encontra-se em funcionamento disponível em <https://vtp.ifsp.edu.br/nev/ifsecao/ifsecao.html> e tem o intuito de contribuir no conhecimento das propriedades geométricas das seções transversais de elementos estruturais lineares, no âmbito de alunos, professores e profissionais.

REFERÊNCIAS

BEER, F.P.; JOHNSTON, E.R.Jr. Resistência dos materiais. 3.ed. Makron Books. São Paulo, 1995.

BEER, F. P., JOHNSTON, E. R.Jr, MAZUREK, D. F., EISENBERG, E. R. Mecânica vetorial para engenheiros - Estática. 9^a ed. McGraw Hill. São Paulo, 2011.

BEER, F. P., JOHNSTON, E. R., DWOLF, J. T.,MAZUREK, D. F., – Mecânica dos Materiais. 5 ed. McGraw Hill. São Paulo, 2008.

CESAD. CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR A DISTÂNCIA (ed.). Centróide, centro gravidade e centro de massa de um corpo. In: CENTRO DE EDUCAÇÃO

SUPERIOR A DISTÂNCIA. [S.l.], 8 jan. 2021. Disponível em: https://cesad.ufs.br/ORBI/public/upload/Catalago/15254715102012Instrumentacao_para_o_Ensino_de_Fisica_I_Aula_2.pdf. Acesso em: 8 nov. 2021.'

DOLCE, Oswaldo e POMPEO, Jose Nicolau. Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana. Volume 9. 8ª ed. São Paulo, Atual Editora, 2005. '

GUANABARA, Matheus Kerkhoff. DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS METÁLICAS: ROTINA COMPUTACIONAL PARA SELEÇÃO DE PERFIS METÁLICOS. 2010. Trabalho de Diplomação (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/28583/000769204.pdf>. Acesso em: 12 maio 2022.

HIBBELER, R. C. Resistência dos materiais. 7. ed. São Paulo: Pearson Education: Prentice-Hall, 2010'

PFEIL, W., PFEIL M. Estruturas de Aço – Dimensionamento Prático. 8º ed. Rio de Janeiro, 2009.

PROPGEO TQS: Propriedades geométricas de seções arbitrárias (abertas, delgadas etc.). Versão v2.04.30. TQS Informática Ltda, 2023. Disponível em: < <https://www.tqs.com.br/apps/propgeo/okd328a> >. Acesso em: 29 maio 202

SCREMIN Adriano. **Estática**. Curitiba :PDF de apoio à disciplina de Estática, lecionada na UFPR – Universidade Federal do Paraná, 2009.

SkyCiv. Site do Engenharia SkyCiv, 2023. Calculadora de Momento Livre de Inércia e Centróide. Disponível em: <https://skyciv.com/pt/free-moment-of-inertia-calculator/>. Acesso em: 29 maio. 2023.

UGURAL, A. C. e FENSTER, S. K. Advanced Mechanics of Materials and Applied Elasticity. 6ª ed. **Editora Person**, 2019.